



پژوهندگان علم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۸/۰۲

زمان برگزاری: ۲۰ دقیقه

کد اجرا: نامشخص

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: بی نام

۱- نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

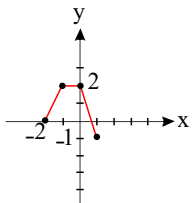
$$y = x^3 - 6x^2 + 12x - 9$$

۲- نمودار تابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -2 \\ 4 & -2 \leq x \leq 1 \\ -x^2 - 2 & x > 1 \end{cases}$$

۳- تابع $f = \{(2, 3m - 10), (0, m), (4, -m + 2)\}$ اکیداً نزولی است، حدود m را بیابید.

۴- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x - 1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.



۵- اگر تابع f اکیداً صعودی و تابع g اکیداً نزولی باشد با فرض اینکه تابع $f \circ g$ تعریف شده می‌باشد، ثابت کنید $f \circ g$ اکیداً نزولی است.

۶- مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ بر $(x - 2)$ بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم آن بر $(x + 1)$ برابر ۳ باشد.

۷- با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -3x & -1 < x < 0 \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است؟



۸- تابع f روی $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است. دامنه تابع g را بیابید.

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{f(|x-1|) - f(|x|)}}$$

۹- در چند جمله‌ای $p(x) = x^3 + ax^2 + b$ مقادیر a, b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم آن بر $x-1$ برابر با ۴ باشد و بر $x+2$ بخش‌پذیر باشد.

۱۰- نمودار تابع $f(x) = |x-2| - x$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است؟



پژوهندگان علم

زمان برگزاری: ۲۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: بی نام

۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل جمع درایه‌های ماتریس $(2A - B) \times B$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) -۴

۲- اگر $\begin{bmatrix} a-b & -1 \\ 2 & a+c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3a-1 & 0 \end{bmatrix}$ حاصل $a + b + c$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ و $3A - 2X = 4I$ ، آنگاه ماتریس X کدام است؟

- ۱) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 12 & 14 \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -12 & 14 \end{bmatrix}$

۴- اگر $\overline{O} = I + A + A^2 + A^3$ باشد A^{100} کدام است؟

- ۱) A ۲) A^2 ۳) A^3 ۴) I

۵- اگر A و B دو ماتریس مربعی باشند که $AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس $B + A \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$ و $B + I = 2A$ حاصل B^{100} کدام است؟

- ۱) I ۲) $100A - I$ ۳) $A - 100I$ ۴) B



۷- اگر $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ، آنگاه A^{101} کدام است؟

- ① $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ② $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ③ $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -1 \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ④ $-I$

۸- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ رابطه $A^2 = \alpha A + \beta I$ برقرار است. دوتایی (α, β) کدام است؟

- ① $(2, 11)$ ② $(2, 13)$ ③ $(4, 11)$ ④ $(4, 13)$

۹- اگر $\overline{O} = A^3 - 2A^2 + 3A - 2I$ باشد آنگاه ماتریس A^4 کدام است؟

- ① $A^2 - 4A + 4I$ ② $A^2 - 4A - 4I$ ③ $A^2 + 4A + 4I$ ④ $A^2 + 4A - 4I$

۱۰- اگر $A^2 = A - 2I$ و $A^5 = \alpha A + \beta I$ باشد، حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵



پژوهندگان علم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۸/۰۲

زمان برگزاری: ۲۰ دقیقه

کد اجرا: نامشخص

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: بی نام

۱- برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$$

۲- ثابت کنید اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می شود.

۳- به روش برهان خلف نشان دهید؛ اگر a عدد صحیح فرد باشد و $2 \mid a + b$ ، آنگاه b نیز عددی فرد است.

۴- اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.

۵- ثابت کنید حاصلضرب هر دو عدد فرد متوالی به علاوه یک، مربع کامل است.

۶- آیا مقادیر حقیقی و ناصفر a و b چنان وجود دارند که:

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (a+b \neq 0)$$

۷- گزاره های زیر را اثبات یا با ارائه مثال نقض آن ها را رد کنید.

الف) مربع و مکعب هر عدد فرد عددی فرد است.

ب) میانگین پنج عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی است.

۸- اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۲۰ بیابید.

۹- باقیمانده عدد زوج a بر ۱۷ برابر ۷ است باقیمانده $\frac{a}{4}$ بر ۱۷ چقدر است؟



۱- ثابت کنید اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 6k + 1$ یا $p = 6k + 5$ ($k \in \mathbb{W}$) نوشته می‌شود.



پژوهندگان علم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۸/۰۲

زمان برگزاری: ۲۴ دقیقه

کد اجرا: نامشخص

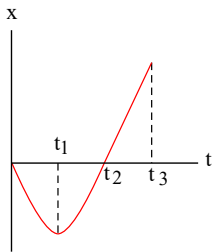
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: بی نام

۱- راننده خودروبی که با سرعت $۷۲ \frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانعی، اقدام به ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافت ۲۰ متر متوقف می‌شود. شتاب خودرو را به دست آورید. (از زمان واکنش راننده صرف نظر شود)

۲- سرعت متوسط خودروبی که از حالت سکون با شتاب $۱٫۵ m/s^2$ در امتداد محور x به حرکت در می‌آید در $۴s$ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. (نمودار در بازه زمانی صفر تا t_3 سهمی و در بازه زمانی t_3 تا t_4 خط راست می‌باشد).



(الف) نوع حرکت متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 ، t_1 تا t_2 و t_2 تا t_3 را تعیین کنید.

(ب) در چه لحظه‌ای جهت حرکت متحرک تغییر کرده است؟

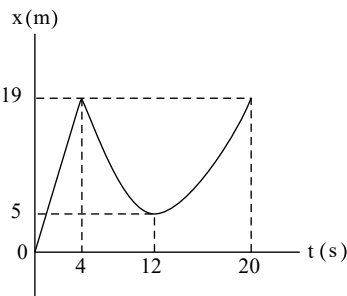
۴- شکل زیر، نمودار مکان - زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم در حال حرکت است.

(الف) بیشترین فاصله دوچرخه‌سوار از مبدأ چند متر است؟

(ب) در کدام بازه زمانی دوچرخه‌سوار در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟

(پ) مسافت طی شده توسط دوچرخه‌سوار در بازه زمانی $t_0 = 0s$ تا $t_1 = 20s$ چند متر است؟

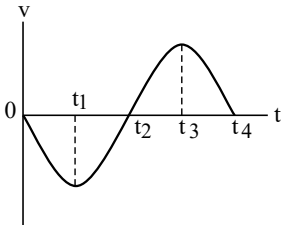
(ت) اندازه سرعت متوسط دوچرخه‌سوار در بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 20s$ را به دست آورید.



۵- معادله مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 2t^2 - t$ است. معادله سرعت - زمان این متحرک را به دست آورید.



- ۶- معادله مکان - زمان متحرکی که بر خط راست، بر روی محور x ها حرکت می کند در SI به صورت: $x = t^2 - 5t + 6$ است. (الف) نوع حرکت متحرک را در بازه های زمانی مختلف مشخص کنید. (ب) تندی متوسط متحرک را در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 3s$ بیابید.



- ۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می کند، مانند شکل روبه رو است. (الف) در کدام بازه های زمانی بردار شتاب در خلاف جهت محور x است؟ (ب) حرکت متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 کندشونده است یا تندشونده؟ چرا؟

- ۸- چتربازی در هوای آرام و در امتداد قائم چتر خود را باز می کند و در ارتفاع ۶۰۰ متری سطح زمین به تندی حدی خود که $5 \frac{m}{s}$ است می رسد. چند ثانیه طول می کشد تا چتر باز به سطح زمین برسد؟

- ۹- معادله سرعت زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می کند در SI به صورت $v = -2t + 6$ است.

الف سرعت متحرک در $t = 4s$ چند m/s است؟

ب در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 5s$ سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک را در SI بنویسید.

پ اگر $x_0 = -5m$ باشد، نمودار مکان - زمان این متحرک را رسم کنید.

ت در بازه زمانی $t = 0s$ تا $t = 6s$ آیا بردار مکان متحرک با بردار سرعت متحرک جسم هم سو می شود؟ با بردار شتاب چطور؟

- ۱۰- خودرویی با سرعت $36 km/h$ در امتداد مسیری مستقیم در حال حرکت است. تندی آن با شتاب $1.5 m/s^2$ افزایش می یابد. سرعت خودرو پس از $500m$ جابه جایی چقدر است؟



پژوهندگان علم

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۸/۰۲

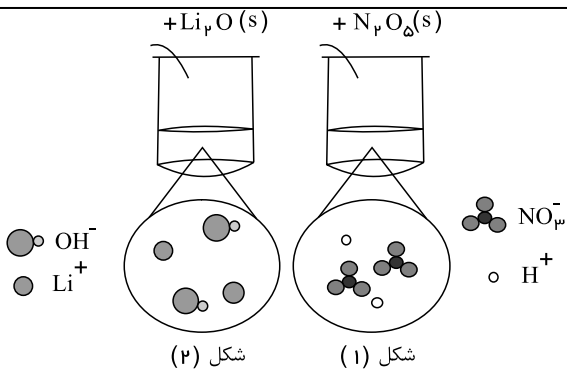
زمان برگزاری: ۱۶ دقیقه

کد اجرا: نامشخص

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: بی نام

۱- با توجه به شکل به سؤالات پاسخ دهید.



الف) مشخص کنید در شکل (۱) اکسیدی که در آب وارد می‌شود، اسید آرنیوس است یا باز آرنیوس؟ چرا؟

ب) معادله شیمیایی لیتیم اکسید (Li_2O) با آب را بنویسید.

پ) کاغذ pH در محلول شکل (۲) به چه رنگی در می‌آید؟ چرا؟

۲- اگر غلظت تعادلی استیک اسید برابر $۰/۰۲$ مولار و ثابت تعادل آن $K = ۱/۸ \times ۱۰^{-۵}$ باشد، غلظت یون هیدرونیوم را در محلول به دست آورید.

$$CH_3COOH(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + CH_3COO^-(aq)$$

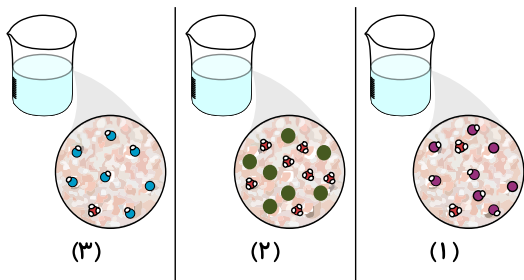


۳- در دما و غلظت یکسان، هریک از شکل‌های زیر به کدامیک از محلول‌ها تعلق دارد؟ چرا؟

(الف) محلول استیک اسید ($K_a = 1.8 \times 10^{-5}$)

(ب) محلول هیدروبرمیک اسید (K_a بسیار بزرگ)

(ج) محلول هیدروسیانیک اسید ($K_a = 4.9 \times 10^{-10}$)



۴- اگر غلظت تعادلی یون هیدرونیوم در محلول اسید HA در دمای معین برابر 0.001 مول بر لیتر و ثابت یونش این اسید برابر 1.8×10^{-5} باشد:
 $HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$

(آ) pH این محلول را به دست آورید.

(ب) غلظت تعادلی اسید HA را در این دما محاسبه کنید.

۵- pH شیرۀ معدۀ انسان در زمان استراحت حدود 3.7 است. غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید را در یک نمونه شیرۀ معدۀ در دمای اتاق برحسب مول بر لیتر حساب کنید.

$$\log 2 = 0.3$$

۶- معادله شیمیایی واکنش هریک از این اکسیدها با آب را بنویسید و موازنه کنید.

(الف) گوگرد دی‌اکسید

(ب) تترافسفر دکا اکسید

(پ) سدیم اکسید



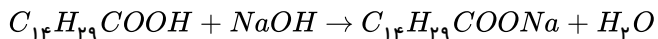
۷- جدول زیر را کامل کنید.

نام محلول	غلظت محلول	$[H^+]$	$[OH^-]$	pH	درصد یونش
هیدروکلریک اسید	۰٫۰۰۴				
هیدروفلوئوریک اسید	۰٫۰۰۴				۲٫۵
نیتریک اسید				۳٫۷	
نمونه‌ای از آب یک دریاچه	—			۱۰٫۵۲	—

۸- pH یک نمونه از آب سیب برابر با ۴٫۷ است. نسبت غلظت یون‌های هیدرونیوم به یون‌های هیدروکسید را در این نمونه حساب کنید.

۹- برای تهیه یک محلول با $pH = ۳٫۴$ ، چند گرم اسید HA ($\alpha = ۰٫۲$) را باید در ۵۰۰ میلی‌لیتر آب حل کنیم؟ جرم مولی HA را برابر $۱۰۰ \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ فرض کنید و از تغییر حجم در اثر انحلال چشم‌پوشی کنید.

۱۰- در اثر مصرف ۴۰۰ گرم سدیم هیدروکسید در واکنش زیر، چند کیلوگرم صابون به‌دست می‌آید؟



$$(C = ۱۲, H = ۱, O = ۱۶, Na = ۲۳ \frac{\text{g}}{\text{mol}})$$